Exercice 1

Comme l'efficacité du cycle Carnot est donnée par

$$r = 1 - \frac{T_{Fr}}{T_{Ch}} \tag{1}$$

On peut écrire l'efficacité du cycle original et celle du cycle amélioré, éliminer la température froide pour obtenir pour la nouvelle température de la source chaude

$$T_{Ch2} = \frac{1 - r_0}{1 - r_1} T_{Ch1} \tag{2}$$

Avec $r_0 = 0.422$, $r_1 = 0.5$ et $T_{Ch1} = 473$ K on obtient $T_{Ch2} = 547$K.

Exercice 2

La formule de l'équation (1) donne le rendement des machines réversibles travaillant avec deux sources de chaleur, qui est 50 % dans notre cas. Donc 50% de l'énergie puisée de la source chaude est transformée en travail, soit 1 kJ, et 50 % est rejetée dans la source froide, aussi 1 kJ. Si la machine fait 5 cycles par seconde, elle produit 5 kJ de travail, donc sa puissance est 5 kW.

Exercice 3

La machine doit être une pompe à chaleur travaillant entre $T_0 = 0$°C et $T_1 = 31.1$°C. La plus efficace parmi ces machines est la machine Carnot utilisée comme pompe à chaleur. Si cette machine extrait une quantité de chaleur Q_{Fr} à l'eau – en la transformant en glace – cela correspond à une diminution de l'entropie de la glace, et une quantité plus élevée de chaleur doit être déposée dans la source chaude pour que l'entropie totale reste constante :

$$\Delta S = -\frac{Q_{Fr}}{T_{Fr}} + \frac{Q_{Ch}}{T_{Ch}} = 0 \tag{3}$$

La chaleur extraite est la chaleur latente de fusion : $Q_{Fr} = mc_L$ avec $c_L = 334$ kJ/kg, $m =$ 1000 kg. La conservation de l'énergie veut que la différence entre les deux chaleurs soit égale au travail fourni à la pompe à chaleur : $W = Q_{Ch} - Q_{Fr}$. La puissance de la machine se calcule comme le travail fourni divisé par le temps, 1 jour. La solution de ces équations donne Q_{Fr} =3.34E5 kJ, W =3.8E4 kJ et P =440 W.

Exercice 4

Pendant la détente isotherme, il y a un échange de chaleur entre le réservoir et le gaz. La variation totale de l'entropie est la somme de la variation de l'entropie du réservoir et du gaz :

$$\Delta S = \Delta S_{res} + \Delta S_{gaz} \tag{4}$$

Cette variation doit être égale ou supérieure à zéro, l'égalité est uniquement possible pour une transformation réversible.
La variation de l'entropie du réservoir est donné par $\Delta S_{res} = Q/T_{res}$. C'est négatif car la chaleur est extraite. Comme la transformation est réversible, l'entropie du gaz doit subir exactement la même variation à un signe près, pour que la somme soit zéro. Donc pour calculer la variation de l'entropie du gaz, il suffit de déterminer la chaleur extraite de la source.
Cela peut se faire via la conservation de l'énergie. L'énergie interne du gaz ne change pas pendant une détente isothermique car sa température est constante. Comme la variation de l'énergie interne est la somme du travail fourni et la chaleur reçue, il suffit de calculer le travail pour déterminer la chaleur ! Le travail fourni par le gaz a été calculé pendant le cours, et il est donné par

$$W = Nk_BT \ln \frac{V_f}{V_i} \tag{5}$$

Ce travail étant égal à la chaleur extraite de la source chaude : $Q = Nk_BT \ln \frac{V_f}{V_i}$, la variation de l'entropie du gaz est

$$\Delta S = Nk_B \ln \frac{V_f}{V_i} \tag{6}$$

car $\Delta S = Q/T$.

Exercice 5

Soit $c = 20$ la compression, (p_1, V_1, T_1) l'état initial du gaz, (p_2, V_2, T_2) l'état final du gaz. Pendant la compression adiabatique, $pV^\gamma = const$, donc

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \tag{7}$$

$$V_2 = V_1/c \tag{8}$$

La loi des gaz idéaux est valable dans les deux états :

$$p_1V_1 = Nk_BT_1 \tag{9}$$

$$p_2V_2 = Nk_BT_2 \tag{10}$$

Les quatres équations nous donnent pour la température T_2 :

$$T_2 = c^{\gamma-1}T_1 \tag{11}$$

La valeur numérique est $T_2 = 850$ K.